

数 学 科 授 業 案

日 時 平成 28 年 11 月 25 日(金) 1 校時
生 徒 第 3 学 年
授 業 場 中 春 別 中 学 校 第 3 学 年 教 室
授 業 者 赤 本 純 基

※ 出前授業のため、生徒観については省略、評価規準と単元計画については、附属釧路中学校のものを載せている。

1 単元名 「5 章 相似な図形」(使用教科書 「東京書籍」)

2 単元の目標

図形の性質を三角形の相似条件などを用いて論理的に確かめる活動を通して、相似な図形の性質や三角形の相似条件、平行線と線分の比の性質について理解を深めたり、筋道を立てて説明できるようにしたりするとともに、それらを問題の解決に活用しようとする態度を育てる。

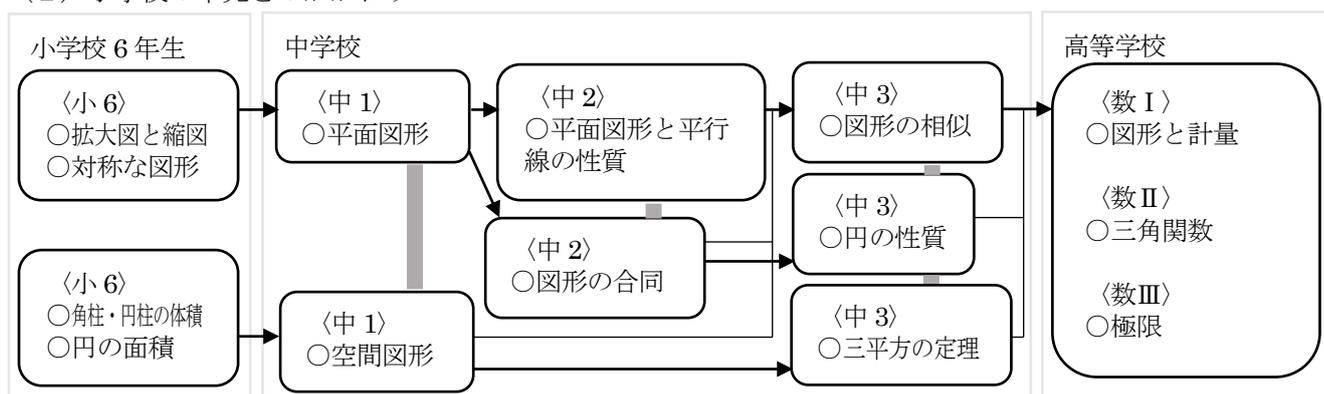
3 単元について

(1) 単元観

「相似な図形」は「円」「三平方の定理」の単元とともに義務教育 9 年間での図形学習の到達点として位置付けられた。その単元の目的は、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味を、小学校算数科で学んできた「縮図や拡大図」の学習の上に立って、さらに明確にすることである。小学校で帰納的に導いてきた図形の性質を、中学校では論証を用いて演繹的に明らかにしていくこととなる。

しかし、今日の我が国の中学生の論証の定着は芳しくない。平成 28 年度の全国学力学習状況調査において、証明に関する問題の正答率は「筋道を立てて考え、証明することができるか」についての問題〔数学 B4(1)〕は 30.0%、「付加された条件の下で、新たな事柄を見いだし、説明することができるか」についての問題〔数学 B4(2)〕は 38.1%であり、総じて課題を抱えている状況といえる。現行中学校学習指導要領解説数学編(以下解説数学編)では、中学校第 3 学年の図形学習の目標を「図形の相似、円周角と中心角の関係や三平方の定理について、観察、操作や実験などの活動を通して理解し、それらを図形の性質の考察や計量に用いる能力を伸ばすとともに、図形について見通しをもって論理的に考察し表現する能力を伸ばす」と設定しているが、指導によりよい工夫が必要とされているのが現状といえよう。

(2) 小学校の単元とのかかわり



(3) 指導観

単元観を踏まえ、本単元の指導の重点を次のように捉えた。

- ① 事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考え、証明できるようにする

結論を導くために何がわかればよいかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見だし、事柄が成り立つ理由を筋道を立てて考えたりできるように指導する。

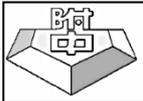
- ② 付加した条件の下で、見いだした事柄を数学的に表現できるようにする

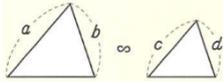
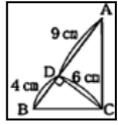
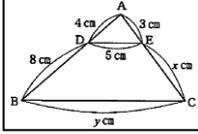
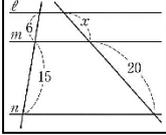
新たに条件を加えた際に、見いだした事柄の前提に当たる条件と、それによって説明される結論を明確にして表現できるように指導する。

4 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
<p>㉞ 相似な図形の性質に関心を持ち、それについて考えたり、それを用いて証明したりしようとしている。</p> <p>㉟ 平行線と線分の比についての性質に関心を持ち、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明しようとしている。</p> <p>㊱ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比に関心を持ち、それらの関係について考えようとしている。</p>	<p>㉞ 相似な図形に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりすることができる。</p> <p>㉟ 平行線と線分の比についての性質を、平行線の性質や三角形の相似条件を用いて証明することができる。</p> <p>㊱ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比を調べ、文字式を用いるなどしてそれらの関係について考えることができる。</p>	<p>㉞ 相似な図形の性質を、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現したり、線分の長さを求めたりすることができる。</p> <p>㉟ 平行線と線分の比についての性質を用いて表したり、線分の長さを求めたりすることができる。</p> <p>㊱ ある図形の面積や体積がわかっているとき、その図形と相似な図形の面積や体積を相似比を基にして求めることができる。</p>	<p>㉞ 相似な図形の性質について理解している。</p> <p>㉟ 平行線と線分の比についての性質を理解している。</p> <p>㊱ 相似な図形の相似比と面積比及び体積比の関係について理解している。</p>

6 単元指導計画

	学習事項	主な学習活動	評価				
			関	考	技	知	
1	1節 相似な図形	<p>目標：相似な図形の性質を見いだそうとしている。相似な図形の性質について説明することができる。問題 附属中学校の校章を2倍に拡大した図をかいてみよう。</p> <p>まとめ 相似な図形では、対応する部分の長さの比は等しく、対応する角の大きさはそれぞれ等しい。</p>		㉞			㉞
2		<p>目標：相似な図形の辺の長さを、対応する辺の比やとなり合う辺の比が等しいことを使って求める方法を説明することができる。</p> <p>問題 右の図でxの値は何だろうか。</p>					

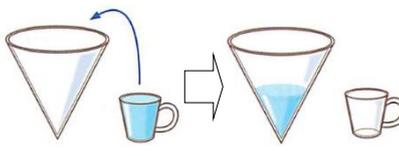
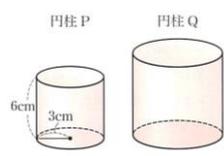
		<p>まとめ  2つの三角形が相似のとき、</p> <ul style="list-style-type: none"> • $a : c = b : d$ • $a : b = c : d$ 			
3		<p>目標：作図した△ABCと相似な三角形を基にして、2つの三角形が相似になるための条件を見いだすことができる。</p> <p>2つの三角形が相似であることや、辺や角の関係などを記号を用いて表したり、その意味を読み取ったりすることができる。</p> <p>問題 △ABCの辺の長さを2倍に拡大した相似な三角形をいろいろな方法で作図してみよう。</p>			㊦ ㊦
4		<p>まとめ 2つの三角形は次のどれかが成り立つとき相似である。</p> <ol style="list-style-type: none"> ① 3組の辺の比がすべて等しい。 ② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。 ③ 2組の角がそれぞれ等しい。 			
5		<p>目標：見いだした2つの三角形が相似であることの証明の方針を、相似条件を成り立たせる根拠を見つけて説明することができる。</p> <p>問題 図の中で、相似な三角形はどれだろうか。</p> <p>まとめ 図形の中で見いだした三角形が相似であることは、相似条件を成り立たせる根拠を見つけて証明する。</p>			㊦
6		<p>目標：三角形の相似条件を用いて、身のまわりの2点間の距離を求める方法を説明することができる。</p> <p>問題 春採湖をはさむ2地点A, B間の距離を求めるために、2地点を見渡せるC地点を決め、C, A間、C, B間の距離と∠Cの大きさを測定したところ、それぞれ2.7km, 2km, 65°であった。このとき、A, B間の距離は何kmだろうか。</p>			㊦
7		<p>まとめ 2つの相似な三角形の相似比を利用すると、実測できない2点間の距離を測ることができる。</p> <p>問題演習</p>			㊦ ㊦ ㊦
8	2節 平行線と比	<p>目標：平行線と線分の比についての性質に関心をもち、それらを用いて証明しようとしている。</p> <p>三角形と比についての性質を理解している。</p> <p>問題 右の図で、BC//DEである。このとき、x, yの値を何だろうか。</p> <p>まとめ 定理 △ABCの辺AB, AC上の点をそれぞれD, Eとするととき DE//BCならば、</p> <ol style="list-style-type: none"> ① $AD:AB = AE:AC = DE:BC$ ② $AD:DB = AE:EC$ 			㊦
8		<p>目標：平行線と線分の比の性質を用いて、線分の長さを求める方法を説明することができる。</p> <p>問題 右の図で、直線l, m, nが平行であるとき、xの値は何だろうか。</p> <p>まとめ 定理 平行な3直線a, b, cが直線lとそれぞれA, B, Cで交わり、直線l'とそれぞれA', B', C'で交われば、$AB:BC = A'B':B'C'$</p>			㊦
9		<p>目標：三角形の相似を用いて、線分の平行を判断することができる。</p>			㊦

7 本時案

(1) 本時の目標

相似な立体の相似比と体積比の関係やその有用性について知ることができる。(数量や図形などについての知識・理解)

(2) 本時の展開 (16/19 時間) (○…発問 △…補助発問 □…指示, 説明)

主な学習活動 (下位目標)	教師の働きかけ	備考
<p>問題 右の図のような円錐の形をした容器に、あるコップで水を1回入れると、容器の深さのちょうど半分まで水が入りました。この容器を満水にするには、このコップで合計何回、水を入れる必要があるだろうか。</p>		<ul style="list-style-type: none"> ・実際に容器に水を入れて、問題の説明をする。容器に半分まで水を入れたところで、「満水にするには、合計何回水を入れる必要があるだろうか」と板書し、問題を提示する。
<p>1. ノートに予想した回数を記入することができる。 ・3回, 4回など</p>	<p>○「予想では、何回くらいかな？」 ○「どうすれば求められるかな？」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・予想はノートに書かせる。
<p>《課題》容器の深さ半分までの水の体積と容器の体積には、どんな関係があるのかな？</p>		
<p>2. ノートに自分なりの考えや、他者の考えを記入することができる。 【予想される生徒の反応】</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・水の体積を求めて調べる。 ・相似比を使って調べる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・体積を求める際の値を示す。水が入っている部分の深さは3cm, 底面の半径は2cm。 ・机間指導 ・生徒指名, 板書
<p>① 半分: $2 \times 2 \times \pi \times 3 \times \frac{1}{3}$ = 4π 満水: $4 \times 4 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3}$ = 32π</p>	<p>② 相似比 1 : 2 → 体積比 1 : 4 2乗 ③ 相似比 1 : 2 → 体積比 1 : 8 3乗</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・解決の見通しが立たない生徒には、キーワードを生徒に発言させたり、それらを板書したりテレビに生徒のノートを示したりして、自分なりの考えが持てるよう促す。
<p>$32\pi \div 4\pi = 8$ 答. 8回</p>	<p>$4\pi : 32\pi = 1 : 8$ 答. 8回</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・①, ②, ③の順に取り上げる。 ・「なぜ」「どうして」を大切にしながら問い返しをする。
 <p>相似比 2 : 3 → 体積比 8 : 27 3乗</p>	<p>□「立体についても相似が考えられます。教科書 (P. 152) でも確認しよう。」 ○「相似な立体の相似比と体積比には、どんな関係があるのかな？」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・立方体を示し、立体についても相似が考えられることを確認する。 ・演示
<p>まとめ 相似比が $m : n$ ならば、体積比は $m^3 : n^3$ 相似比がわかれば、体積比がわかる。</p>		
<p>練習問題 問2改 右の図において、円柱PとQは相似で、その相似比は 3 : 4 です。このとき、次の問いに答えなさい。 (1) 体積比を求めなさい。</p>		<ul style="list-style-type: none"> ・生徒指名, 板書 ・教科書 P. 153 <p>答. 問2改 (1) <u>27 : 64</u></p>
<p>3. ノートに練習問題の解答を記入することができる。</p>	<p>○「(①, ③)どちらの考えを使ったのか聞いた後で) どうしてその考えを使ったのかな？」</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・相似比と体積比の関係を使うことのように気付かせたい。 ・宿題を提示する。

宿題 問2改 (2) Qの体積を求めなさい。

答. 問2改
(2) $128\pi \text{ cm}^3$