

日 時 令和4年11月17日(木)  
授業場 ○○中学校2年生教室

生 徒 ○○中学校2年生  
授業者 野 口 朝 央

### 1. 単元名

4章 平行と合同

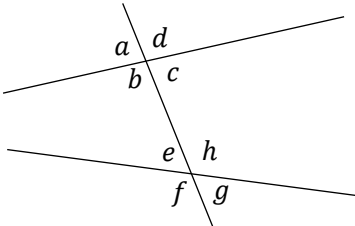
### 2. 単元の目標

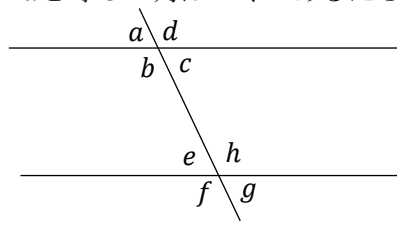
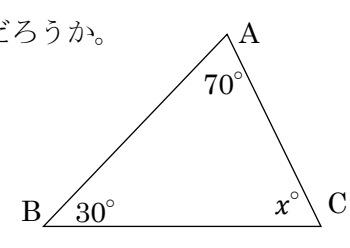
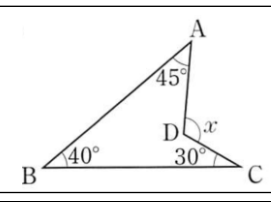
- (1) 平行線や角の性質を理解し、それらを使って角の大きさを求めることができるとともに、証明の必要性と意味及びその方法について理解することができる。
- (2) 基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質をもとにしてそれらを確認説明することができるとともに、三角形の合同条件を基にして平面図形の基本的な性質を論理的に確認表現することができる。
- (3) 平面図形の性質のよさを実感して粘り強く考え、平面図形の性質について学んだことを生活や学習にいかそうとしたり、平面図形の性質を使った問題解決の過程をふり返って検討しようとする態度を身に付ける。

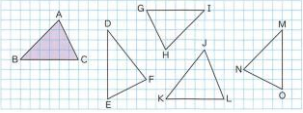
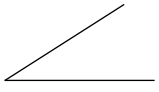
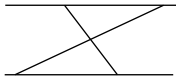
### 3. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
① 基本的な平面図形の性質を理解している。 ② 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。 ③ 証明の必要性や意味及びその方法について理解している。	① 平行線や角の性質を基にして基本的な平面図形の性質を説明することができる。 ② 三角形の合同条件を基にして基本的な平面図形の性質を説明することができる。	① 演繹的推論の必要性と意味を考えようとしている。 ② 平面図形の性質について学んだことを学習に生かそうとしている。 ③ 平面図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

### 4. 単元のデザイン (全17時間)

次	学習活動・学習内容	重点	記録	備考
1	・対頂角の性質を見だし、根拠を明らかにして説明することができる。  問題 41 角の大きさが等しくなっている組はいくつあるだろうか。 	思		思①：行動観察
2	・平行な2直線に1つの直線が交わると等しい角ができることを理解することができる。	知		知①：行動観察・ノート

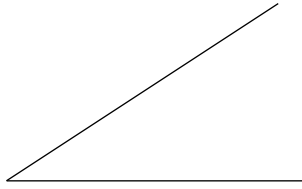
	<p>問題 42 <math>\angle a</math>と等しい角はいくつあるだろうか。</p> 			
3	<p>・平行線の性質と、平行線になるための条件の違いを理解することができる。</p> <p>問題 43 「錯角が等しいならば2直線は平行になる」も正しいだろうか。</p>	知		知①: 行動観察, ノート
4	<p>・三角形の内角と外角の関係に気付き, これを用いた角の大きさの求め方を説明できる。</p> <p>問題 44 <math>\angle x</math>の大きさは何度だろうか。</p> 	思		思①: 行動観察, ノート
5	<p>・多角形の内角の和を予想し, 既習の図形の性質を使ってそれが正しいことを説明することができる。</p> <p>問題 45 五角形の内角の和は何度だろうか。</p>	思		思①: 行動観察, ノート
6	<p>・多角形の外角の和を予想し, 既習の図形の性質を使ってそれが正しいことを説明することができる。</p> <p>問題 46 三角形と四角形では外角の和が大きいのはどちらだろうか。</p>	思		思①: 行動観察, ノート
7	<p>・へこみのある図形の角度を, 既習の図形の性質を使って求めることができる。</p> <p>問題 47 <math>\angle x</math>の大きさは何度だろうか。</p> 	思	○	思①: 行動観察, ノート, ロイロノート
8	<p>問題 48 星の形をした図形の5つの角の和を求めよう。</p> <p>・小テスト・学習シート</p>	知 思 態	○ ○ ○	知① 思① 態①～②
9	<p>・合同な図形の性質に気付くことができる。</p>	知		知②: 行動観察, ノート

	<p>問題 49 次の図で、<math>\triangle ABC</math> を移動してぴったりと重ね合わせることのできる三角形はいくつあるかな。</p> 			
10	<p>・三角形をかく活動を通して、三角形の合同条件を見いだすことができる。</p> <p>問題 50 <math>\triangle ABC \equiv \triangle DEF</math> となる <math>\triangle DEF</math> をかこう。</p>	知		知②: 行動観察, ノート
11	<p>・三角形の合同条件を使って、2つの三角形が合同かどうか判断することができる。</p> <p>問題 51 次の図で合同な三角形の組はいくつあるかな。</p> 	知		知②: 行動観察, ノート
12	<p>・証明のしくみや仮定と結論の意味に気付くことができる。</p> <p>問題 52 <math>AO=CO</math>, <math>DO=BO</math> ならば、<math>AD=CB</math> となるかな。</p> 	知		知③: 行動観察, ノート
13	<p>・三角形の合同条件を使って、角の二等分線の作図が正しいことを証明することができる。</p> <p>問題 53 角の 2 等分線を作図しよう。</p> 	思		思②: 行動観察, ノート
14	<p>・図形の性質を証明するために、証明の構想や方針を立てることができる。</p> <p>問題 54 <math>AB \parallel CD</math>, <math>AE=DE</math> ならば <math>BE=CE</math> になるだろうか。</p> 	思		思②: 行動観察, ノート
15	<p>・三角形の合同条件を使って、垂線の作図が正しいことを証明することができる。</p> <p>問題 55 <math>AO=BO</math>, <math>DO=CO</math> ならば <math>AD</math> と <math>CB</math> は平行になるだろうか。</p> 	知	○	知③: 行動観察, ノート, ロイロノート
16	<p>・小テスト・学習シート</p>	知 思 態	○ ○ ○	知②～③ 思② 態①～③
17	<p>単元テスト・学習シート</p>	知 思 態	○ ○ ○	全ての観点

5. 本時の目標

- ・角の二等分線の作図が正しいことを、根拠を示して演繹的に説明することができる。

6. 本時のデザイン

教師の働きかけ (●発問, ▲補助発問, ■指示・説明) ○子供の学習活動	◆留意点 ※評価
<p>1. 問題提示</p> <p>問題 43 <math>\angle O</math> の二等分線を作図しよう。</p>  <p>■この作図をすれば角の大きさによらず、いつでも<math>\angle XOY</math>を二等分できるということですね。</p> <p>●作図の手順を振り返りますが、等しくした部分はどこになりますか。 ○<math>AO</math>と<math>BO</math>, <math>AC</math>と<math>BC</math>になります。</p> <p>●そうですね。そしたら、<math>\angle AOC = \angle BOC</math>になったわけだけど、なぜ、<math>AO = BO</math>, <math>AC = BC</math>と辺を等しくとって<math>O</math>と<math>C</math>を結んだわけだけど<math>\angle AOC = \angle BOC</math>になるのかな。</p> <p>●今日はその部分をみんなで取り組んでみよう。</p> <p>2 課題の明確化</p> <p>課題 <math>AO = BO</math>, <math>AC = BC</math> ならば<math>\angle AOC = \angle BOC</math>になることを証明しよう。</p>	<p>◆図を板書し問題を提示する。図を書かせて角の二等分線を作図させる。</p> <p>◆作図が困難な状況があれば作図の手順の動画を見せる。</p> <p>◆作図できた生徒に書き方を発表させる。このとき黒板の図に<math>A</math>, <math>B</math>, <math>C</math>を逐次板書していく。</p> <p>◆生徒にゆさぶりをかけ課題の明確化を図る。</p> <p>◆わかっていることは仮定。示すことは結論と言葉を整理しながら課題を提示する。</p>
<p>3. 個人思考・集団思考</p> <p>●今、あてられたら困る人はいますか。(挙手で確認)</p> <p>●困っている人もいるからどのように証明を進めていくとよいか、方針を全体で確認していこう。</p> <p>●まず、最初に確認したいんだけど今、示すことは何かな。 ○<math>\angle AOC = \angle BOC</math>です。</p> <p>●そうだね。今示すことは<math>\angle AOC = \angle BOC</math>なんだけれどこれを示すためのヒントは言えますか。 ○三角形の合同。 ○三角形の合同条件を使う。 ○共通な辺。</p> <p>●結論を導くためのヒントがいくつかでてきたけど、証明の道筋は見えたかな。どのように証明したらよいか近くの人に説明しよう。</p>	<p>◆個人思考の時間をとり期間指導の中で生徒の実態を把握する。</p> <p>◆生徒の発言を逐次板書していく。その中で「三角形の合同といったけど、どの三角形のことかな」、「三角形の合同条件ってどんなものがあったかな」と生徒の実態をみて問い返し生徒の言葉を紡ぐ。</p> <p>◆小集団交流を図り指名計画を練る。</p> <p>◆代表生徒の説明を逐次板書して証明を黒板に残す。</p>

証明)  $\triangle AOC$  と  $\triangle BOC$  で,  
仮定から,  $OA=OB$ …①  $AC=BC$ …②  
共通な辺だから,  $OP=OP$ …③  
①, ②, ③より, 3組の辺がそれぞれ等しいから,  
 $\triangle AOC \equiv \triangle BOC$   
合同な三角形の対応する角は等しいから,  
 $\angle AOC = \angle BOC$

#### 4. 振り返り

- 今回の証明にあたって, わかっていたことは,  $AO=BO$ ,  $AC=BC$  示したことは,  $\angle AOC = \angle BOC$  ですね。仮定から結論を導くにあたって, 根拠として用いたものはなんですか。
  - 三角形の合同。
- では, 同じように合同を利用する問題があるので取り組んでみよう。
- P132 の問 1 に取り組んでみよう。

◆ 黒板に作図しながら (1), (2) について全体確認をする。(3) については, 記述まで求めない。

## 7. 算数・数学科における主張

### (1) 算数・数学科における「深い学び」の具現に向けて影響力を発揮し合う「学び合い」

算数・数学科における「深い学び」とは、「数学に関わる事象や、日常生活や社会に関わる事象について、数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し、思考、態度が変容する」(文部科学省, 2018) 学びである。特に、「深い学び」の具現に向けた影響力については、子供の数学的な見方・考え方を働かせた様相、すなわち「事象を数量や図形及びそれらの関係についての概念等に着眼してその特徴や本質を捉えて表現したこと」(文部科学省, 2018) や「目的に応じて数、式、図、表、グラフ等を活用しつつ、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識及び技能を関連付けながら、統合的・発展的に考えて表現したこと」(文部科学省, 2018) と捉えている。この「深い学び」の具現に向けた影響力を発揮し合う「学び合い」の展開を目指したい。

授業において「深い学び」の具現に向けた影響力を発揮し合う「学び合い」が表れる場面は、図の問題発見・解決の過程(文部科学省, 2018) である。湊(1999) が述べる「知識は普遍的、客観的なものではなく主観的、個人的なものである。個人的知識を学級などにおいて練り合い、練り上げることは、社会的相互作用論によって支持されている。子どもの主体的活動のもとで知識は協働によって変容を遂げ、広い客観性を獲得する。練り合い、練り上げは知識の普遍化を達成する。練り合い、練り上げの活動を通して、個人で構成した知識の意味を明確化し、この知識と他の子どもが構成した知識との異同、自分の知識の特徴などが明確になる」からも、個人の資質・能力は、問題発見・解決の過程における「学び合い」によって確かなものとなると考える。

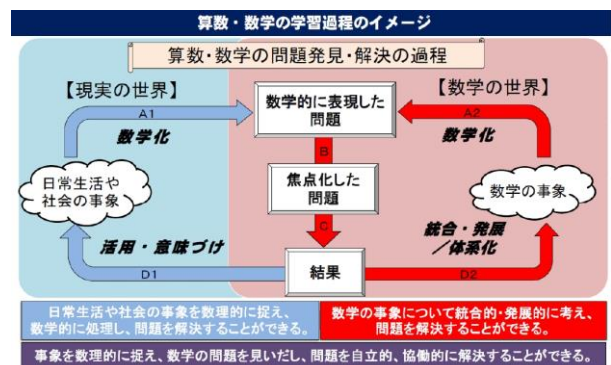


図 算数・数学の問題発見・解決の過程

### 主張する手立て

- ①個人思考時に、より多くの子供が問題発見・解決に取り組めるようにする
- ②集団思考時に、授業の目標達成に迫れるように子供同士の話し合いを促進する

問題発見・解決の過程では、各場面における個人思考や集団思考の時間を充実させることが大切である。具体的には、適切に設定した授業の目標を細分化して、目標を達成した子供の姿および目標達成に向かう子供の姿を想定した上で、次の2つの手立てを講じることとする。

- ①個人思考時に、より多くの子供が問題発見・解決に取り組めるようにする
  - ・誤りを提示して、改善させる。
  - ・問題解決過程の途中までを提示して、続きを考えさせる。
  - ・問題解決の結果を提示して、逆向き考えさせる。
    - ※個人思考の途中でこれらを板書や端末で提示(部分提示)し、考え続けさせる。
  - ・数学的な表現を柔軟に用いて相互に関連付け、言葉で説明し合う集団思考を想定し、自分の考えや気づきをノートにメモさせる。
  - ・机間指導で子供の考えを把握し指名計画を立てる。教師の意図的な「つぶやき」をする。
- ②集団思考時に、授業の目標達成に迫れるように子供同士の話し合いを促進する
  - ・異なる考えを比較検討する。
  - ・同じ考えの異なる表現を比較検討する。
  - ・不完全な事柄・事実の説明や方法・手順の説明、理由の説明を改善する。
    - ※板書や端末で表現された考えの意図を読み取らせたり、続きを考えさせたりして、表現した子供とは違う子供に説明(他者説明)させて共有する。
  - ・子供の発言を止めたり、問い返したりしながら強調、確認して、立ち止まる瞬間をつくる。
  - ・授業の目標に迫る考えのキーワードや、重要な箇所を矢印、下線や囲みを目立つように板書して、「見方・考え方」を顕在化する。
  - ・授業の目標に迫る考えが出ないときは、教科書を活用、子供に考えを読み取らせ説明させる。

8. 平成 24 年度全国学力・学習状況調査報告書を踏まえて

4 直線  $\ell$  上の点 P を通る  $\ell$  の垂線は、下の手順①、②、③で、図 1 のように作図することができます。

手順① 点 P を中心として適当な半径の円をかき、直線  $\ell$  との交点を点 A、点 B とする。  
 手順② 点 A、点 B を中心として、等しい半径の円を交わるようにかき、その交点の 1 つを点 Q とする。  
 手順③ 点 P と点 Q を通る直線をひく。

次の(1)から(3)までの各問に答えなさい。

(1) 図 1 の点 Q、A、P、B を順に結ぶと、 $\triangle QAB$  ができます。この  $\triangle QAB$  を紙に於いて直線 PQ を折り目として折ったとき、点 A が重なるのはどの点ですか。その点の記号を書きなさい。

(2) 図 1 の直線 PQ が直線  $\ell$  の垂線であることを示すために、 $PQ \perp \ell$  を証明します。手順①から  $AP = BP$ 、手順②から  $QA = QB$  となることが分かります。これらをもとに、 $\triangle QAP = \triangle QBP$  を示し、下の証明を完成しなさい。

証明

$\triangle QAP$  と  $\triangle QBP$  において、

合同な三角形の対応する角は等しいから、  
 $\angle APQ = \angle BPQ$   
 $\angle APQ + \angle BPQ = \angle APB = 180^\circ$  なので、  
 $\angle APQ = \angle BPQ = 90^\circ$   
 したがって、 $PQ \perp \ell$

(3) 点 P が直線  $\ell$  上でない場合も、 $\ell$  の垂線を前ページの手順①、②、③で、図 2 のように作図することができます。

図 2 点 P が直線  $\ell$  上でない

図 1 (前ページ) と図 2 のように、点 P が直線  $\ell$  上にある場合も  $\ell$  上でない場合も、同じ手順①、②、③で垂線が作図できます。このように作図できるのは、この手順による点 Q、A、P、B を順に結んでできる図形が、どちらの場合も、ある性質をもつ図形だからです。その図形が下のアからエまでの中にあります。正しいものを 1 つ選びなさい。

ア 直線 PQ を対称の軸とする線対称な図形  
 イ 直線  $\ell$  を対称の軸とする線対称な図形  
 ウ 点 Q を対称の中心とする点対称な図形  
 エ 直線  $\ell$  と直線 PQ の交点を対称の中心とする点対称な図形

本時での振り返りにあたる教科書 P132 問 1 (2) が調査問題の 4 (2) にあたる。

設問の趣旨は、作図された直線が与えられた直線に垂直であることを、三角形の道道を利用して証明する問題である。ここでは、筋道を立てて考え、証明することが求められる。与えられた条件を基に、三角形の合同を示すために必要な事柄を見いだして、証明を書くことができるかどうかをみるものである。

問題番号	問題の概要	正答率	無解答率
H19 B 4 (2)	証明の中の誤りを正しく書き直す	49.0%	16.7%
H20 B 4 (2)	示された方針に基づいて、2つの線分の長さが等しいことを、三角形の合同を利用して証明する	44.2%	27.8%
H21 B 4 (1)	示された方針に基づいて、2つの線分が平行になることを、三角形の合同を利用して証明する	41.8%	20.6%
H22 B 4 (2)	もとの証明を参考に、2つの線分の長さが等しいことを、三角形の合同を利用して証明する	48.2%	21.9%

解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答										
4 (2)	(正答の条件) 次の(a), (b), (c), (d)とその根拠を記述し、証明しているもの。												
	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>根拠</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>(a) <math>AP = BP</math></td> <td>手順①</td> </tr> <tr> <td>(b) <math>QA = QB</math></td> <td>手順②</td> </tr> <tr> <td>(c) <math>PQ = PQ</math></td> <td>共通な辺は等しい。</td> </tr> <tr> <td>(d) <math>\triangle QAP = \triangle QBP</math></td> <td>3組の辺がそれぞれ等しい。</td> </tr> </tbody> </table>		根拠	(a) $AP = BP$	手順①	(b) $QA = QB$	手順②	(c) $PQ = PQ$	共通な辺は等しい。	(d) $\triangle QAP = \triangle QBP$	3組の辺がそれぞれ等しい。		
	根拠												
(a) $AP = BP$	手順①												
(b) $QA = QB$	手順②												
(c) $PQ = PQ$	共通な辺は等しい。												
(d) $\triangle QAP = \triangle QBP$	3組の辺がそれぞれ等しい。												
	(正答例) 手順①より、 $AP = BP$ ……① 手順②より、 $QA = QB$ ……② 共通な辺は等しいので、 $PQ = PQ$ ……③ ①、②、③より、3組の辺がそれぞれ等しいから、 $\triangle QAP = \triangle QBP$ (解答類型 1)												
1	(a), (b), (c), (d)とそれぞれの根拠を記述しているもの	33.0	◎										
2	(a), (b), (c), (d)の表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするが、(a), (b), (c), (d)の根拠を記述し、証明の筋道が正しいと分かるもの	2.0	○										
3	(a), (b), (c), (d)の根拠が抜けていたり、根拠の表現が十分でなかったりするが、(a), (b), (c), (d)を記述し、証明の筋道が正しいと分かるもの	5.6	○										
4	(a), (b), (c), (d)の表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするものを含む。												
4	上記1～3以外で、正しく証明をしているもの	2.6	◎										
5	上記4について、表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするが、証明の筋道が正しいと分かるもの	0.2	○										
6	上記4について、根拠が抜けていたり、根拠の表現が十分でなかったりするが、証明の筋道が正しいと分かるもの	3.3	○										
7	(表現が十分でなかったり、記号を書き忘れていたりするものを含む。) 仮定として、「 $PQ \perp \ell$ 」や「 $\angle APQ = \angle BPQ$ 」など結論を用いているもの	4.6											
8	(a), (b), または(a), (b), (d)について記述しているもの	7.5											
9	上記以外の解答	19.9											
0	無解答	21.1											
	正答率	46.8											

調査問題の 4 (2) の正答率は 46.8% であり、筋道を立てて考え、証明することに課題があることがあることが明らかとなっている。過去の調査においても正答率が 50% より高いことがないため指導改善が求められている。しかし、証明の記述は一朝一夕に定着するものではない。そのため、本時では、次のような段階を設けて進めていく。

- ①形式通りであることを求めず、自由記述で個人思考の時間をとる。
- ②試行錯誤後、証明の方針を全体で確認していく。
- ③方針について小集団での口頭証明を取り入れる。
- ④代表説明を逐次板書していくことで方針と記述証明のつながりを明らかにする。
- ⑤教科書の問 1 の(2)を導入問題の適用問題として扱い証明の書き方の定着を図る。